

## Геометрия 10-11

### Содержание учебного курса

***В результате изучения курса геометрии учащиеся должны:***

**знать/понимать:**

- значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике;
- широту и в то же время ограниченность применения математических методов к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и обществе;
- значение практики и вопросов, возникающих в самой математике, для формирования и развития математической науки;
- историю развития понятия числа, создания математического анализа, возникновения и развития геометрии;
- универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость во всех областях человеческой деятельности;
- вероятностный характер различных процессов окружающего мира.
- значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике; широту и ограниченность применения математических методов к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и обществе;
- значение практики и вопросов, возникающих в самой математике, для формирования и развития математической науки;
- идеи расширения числовых множеств как способа построения нового математического аппарата для решения практических задач и внутренних задач математики;
- возможности геометрического языка как средства описания свойств реальных предметов и их взаимного расположения;
- роль аксиоматики в математике; возможность построения математических теорий на аксиоматической основе; значение аксиоматики для других областей знания и для практики;
- вероятностный характер различных процессов и закономерностей окружающего мира.

**уметь:**

- распознавать на чертежах и моделях пространственные формы; соотносить трехмерные объекты с их описаниями, изображениями;
- описывать взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве, аргументировать свои суждения об этом расположении;
- анализировать в простейших случаях взаимное расположение объектов в пространстве;
- изображать основные многогранники и круглые тела, выполнять чертежи по условиям задач;
- строить простейшие сечения куба, призмы, пирамиды;
- решать планиметрические и простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объемов);
- использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы;
- проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач
- соотносить плоские геометрические фигуры и трехмерные объекты с их описаниями, чертежами, изображениями; различать и анализировать взаимное расположение фигур;
- изображать геометрические фигуры и тела, выполнять чертеж по условию задачи;
- решать геометрические задачи, опираясь на изученные свойства

планиметрических и стереометрических фигур и отношений между ними, применяя алгебраический и тригонометрический аппарат;

- проводить доказательные рассуждения при решении задач, доказывать основные теоремы курса;
- вычислять линейные элементы и углы в пространственных конфигурациях, объемы и площади поверхностей пространственных тел и их простейших комбинаций;
- применять координатно-векторный метод для вычисления отношений, расстояний и углов;
- строить сечения многогранников и изображать сечения тел вращения.

**Использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:**

- исследования (моделирования) несложных практических ситуаций на основе изученных формул и свойств фигур;
- вычисления объемов и площадей поверхностей пространственных тел при решении практических задач, используя при необходимости справочники и вычислительные устройства.

#### **Содержание тем учебного курса.**

##### **Введение в стереометрию**

Предмет стереометрии. Пространственные фигуры: куб, параллелепипед, пирамида, призма, сфера и шар. Основные понятия стереометрии. Аксиомы стереометрии. Пересечение прямой и плоскости, двух плоскостей. Следствия из аксиом. Теоремы о плоскости, проходящей: через прямую и не лежащую на ней точку; через две пересекающиеся прямые; через две параллельные прямые. Техника выполнения простейших стереометрических чертежей.

##### **Прямые в пространстве**

Пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые в пространстве. Признаки скрещивающихся прямых. Свойства параллельных прямых в пространстве. Теорема о двух параллельных прямых, одна из которых пересекает плоскость. Признак параллельности прямых.

Направление в пространстве. Теорема о равенстве двух углов с сонаправленными сторонами. Определение угла между скрещивающимися прямыми.

##### **Прямая и плоскость в пространстве**

###### Параллельные прямая и плоскость

Определение и признак параллельности прямой и плоскости. Теорема о линии пересечения двух плоскостей, одна из которых проходит через прямую, параллельную другой плоскости. Теорема о линии пересечения двух плоскостей, каждая из которых проходит через одну из двух параллельных прямых. Теорема о плоскости, проходящей через одну из двух скрещивающихся прямых параллельно другой прямой.

###### Перпендикулярные прямая и плоскость

Определение прямой, перпендикулярной плоскости. Признак перпендикулярности прямой и плоскости.

Теорема о двух параллельных прямых, одна из которых перпендикулярна плоскости. Теорема о двух прямых, перпендикулярных плоскости. Перпендикуляр и наклонная. Теоремы о длинах перпендикуляра, наклонных и проекций этих наклонных. Теоремы о трех перпендикулярах (прямая и обратная).

###### Угол между прямой и плоскостью

Определение угла между наклонной и плоскостью. О величине угла между наклонной и плоскостью и методах его нахождения.

Параллельное проектирование. Простое отношение трех коллинеарных точек. Свойства параллельного проектирования. Ортогональное проектирование, его свойства.

## **Плоскости в пространстве**

### Параллельные плоскости

Взаимное расположение двух плоскостей в пространстве. Определение параллельных плоскостей. Признаки параллельности двух плоскостей. Теорема о линиях пересечения двух параллельных плоскостей третьей плоскостью. Теорема о прямой, пересекающей одну из двух параллельных плоскостей. Теорема о плоскости, пересекающей одну из двух параллельных плоскостей.

Теорема о плоскости, которая параллельна данной плоскости и проходит через точку, не лежащую в данной плоскости. Теорема о транзитивности параллельности плоскостей в пространстве.

Теорема об отрезках параллельных прямых, заключенных между двумя параллельными плоскостями. Теорема о прямой, перпендикулярной одной из двух параллельных плоскостей.

### Угол между двумя плоскостями

Двугранный угол. Линейный угол двугранного угла. Теорема о линейном угле двугранного угла. Угол между двумя плоскостями. Методы нахождения двугранных углов и углов между двумя плоскостями.

### Перпендикулярные плоскости

Перпендикулярные плоскости. Признак перпендикулярности двух плоскостей. Теорема о прямой, перпендикулярной линии пересечения двух взаимно перпендикулярных плоскостей и лежащей в одной из них. Теорема о прямой, перпендикулярной одной из двух взаимно перпендикулярных плоскостей и имеющей со второй плоскостью общую точку. Теорема о линии пересечения двух плоскостей, перпендикулярных третьей.

Общий перпендикуляр двух скрещивающихся прямых. Расстояние между двумя скрещивающимися прямыми.

Теорема о площади ортогональной проекции многоугольника.

## **Расстояния в пространстве**

### Расстояние между точкой и фигурой

Расстояние между двумя точками. Расстояние между точкой и фигурой. Расстояние между точкой и прямой. Расстояние между точкой и плоскостью. Расстояние между точкой и сферой. Приемы нахождения расстояний от точки до фигуры в пространстве.

### Расстояние между двумя фигурами

Расстояние между двумя фигурами. Расстояние между прямой и плоскостью. Расстояние между двумя параллельными плоскостями. Расстояние между двумя параллельными прямыми. Расстояние между скрещивающимися прямыми. Приемы нахождения расстояний между фигурами в пространстве.

### Геометрические места точек в пространстве

Сфера. Цилиндрическая поверхность. Параллельные плоскости. Плоскость серединных перпендикуляров данного отрезка. Биссектор двугранного угла. Прямая центров всех сфер, проходящих через три неколлинеарные точки. Центр сферы, описанной около тетраэдра. Луч центров всех сфер, вписанных в трехгранный угол.

## **Векторный метод в пространстве**

Вектор в пространстве. Единичный и нулевой вектор. Противоположные векторы. Единственность отложения от данной точки вектора, равного данному вектору.

Коллинеарность двух векторов и ее геометрический смысл. Линейные операции над векторами (сложение, вычитание, умножение вектора на число) и их свойства.

Компланарность трех векторов. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам, компланарным с данным вектором. Три некопланарных вектора. Разложение вектора по трем некопланарным векторам. Векторный базис в пространстве. Разложение вектора и его координаты в данном векторном базисе. Условие коллинеарности двух векторов и компланарности трех векторов в пространстве.

Угол между двумя векторами. Скалярное произведение векторов и его свойства. Формулы, связанные со скалярным произведением векторов. Признак перпендикулярности двух векторов. Векторное доказательство признака перпендикулярности прямой и плоскости, теорем о трех перпендикулярах.

### **Координатный метод в пространстве**

Ортонормированный базис в пространстве. Прямоугольная декартова система координат в пространстве. Координаты вектора, действия над векторами в координатах. Условие коллинеарности двух векторов в координатах.

Скалярное произведение векторов в координатах. Условие перпендикулярности двух векторов в координатах. Проекция вектора на ось в координатах.

Декартовы прямоугольные координаты точки. Формулы нахождения: расстояния между двумя точками в координатах; координат точки, делящей отрезок в данном отношении, середины отрезка. Уравнения и неравенства, задающие множества точек в пространстве. Уравнение сферы и неравенство шара. Общее уравнение плоскости в декартовых прямоугольных координатах. Уравнение плоскости, проходящей через данную точку перпендикулярно данному вектору. Частные случаи общего уравнения плоскости и их графическая иллюстрация. Уравнение плоскости в отрезках.

Угол между двумя плоскостями в координатах. Условие параллельности и перпендикулярности двух плоскостей в координатах.

Уравнения прямой по точке и направляющему вектору; канонические и параметрические уравнения прямой. Уравнения прямой по двум ее точкам. Прямая как линия пересечения двух плоскостей. Угол между двумя прямыми в координатах. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых в пространстве.

Взаимное расположение прямой и плоскости в координатах. Угол между прямой и плоскостью в координатах. Условия параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости. Формула расстояния от точки до плоскости.

### **Повторение**

теория, практикум по решению задач по планиметрии и стереометрии.

### **Преобразования пространства**

Отображения пространства. Определение преобразования пространства.

Центральная симметрия пространства. Обратное преобразование. Композиция преобразований.

Движения пространства: определение движения; композиция движений. Общие свойства движений. О движениях первого и второго рода в пространстве. О равенстве фигур в пространстве. Свойства центральной симметрии пространства.

Симметрия относительно плоскости. Симметрия относительно плоскости в координатной форме. Свойства симметрии относительно плоскости.

Параллельный перенос. Параллельный перенос в координатах; свойства параллельного переноса.

Скользкая симметрия. Поворот вокруг оси. Осевая симметрия. Свойства осевой симметрии и поворота вокруг оси. Зеркальный поворот. Винтовое движение.

Взаимосвязь различных движений пространства. Композиция двух симметрии относительно плоскости. Семь различных видов движений пространства.

Гомотетия пространства. Формулы гомотетии пространства в координатах и ее свойства. Определение подобия пространства; разложение подобия в композицию гомотетии и движения. О подобии фигур в пространстве.

### **Многогранники**

Внутренние и граничные точки, внутренность и граница геометрической фигуры. Выпуклая, связная, ограниченная геометрическая фигура. Пространственная область. Геометрическое тело, его внутренность и поверхность.

Многогранник и его элементы: вершины, ребра, грани, плоские углы при вершине, двугранные углы при ребрах. Эйлера характеристика многогранника. Теорема Декарта—Эйлера для выпуклого многогранника (без доказательства). Понятие о развертке многогранника. Свойства выпуклых многогранников.

О понятии объема тела. Свойства объемов тел. Равновеликие и равноставленные тела. Объем прямоугольного параллелепипеда.

### **Призма и параллелепипед**

Определение призмы и ее элементов. Количество вершин, ребер, граней, диагоналей у  $n$ -угольной призмы. Прямая и наклонная призмы. Правильная призма. Призматическая поверхность. Перпендикулярное сечение призмы. Боковая и полная поверхности призмы; формулы вычисления их площадей. Формулы вычисления объемов прямой и наклонной призм.

Параллелепипед: наклонный, прямой, прямоугольный. Куб. Свойства диагоналей параллелепипеда. Свойство прямоугольного параллелепипеда. Объем параллелепипеда. Построение сечений призм и параллелепипедов различными методами.

### **Трехгранные и многогранные углы**

Понятие о многогранном угле. Вершина, грани, ребра, плоские углы при вершине выпуклого многогранного угла. Многогранные углы при вершинах многогранников. Трехгранный угол. Теорема о плоских углах трехгранного угла (неравенство трехгранного угла). Теорема о сумме плоских углов выпуклого многогранного угла. Теорема синусов и теорема косинусов трехгранного угла.

### **Пирамида**

Определение пирамиды и ее элементов. Количество вершин, ребер и граней у  $n$ -угольной пирамиды. Некоторые частные виды пирамид: пирамида, все боковые ребра которой равны между собой (все боковые ребра образуют равные углы с плоскостью ее основания); пирамида, все двугранные углы которой при ребрах основания равны между собой; пирамида, ровно одна боковая грань которой перпендикулярна плоскости ее основания; пирамида, две соседние боковые грани которой перпендикулярны плоскости ее основания; пирамида, две не соседние боковые грани которой перпендикулярны плоскости ее основания; пирамида, боковое ребро которой образует равные углы с ребрами основания, выходящими из одной данной вершины. Формулы вычисления площадей боковой и полной поверхностей пирамиды.

Правильная пирамида и ее свойства. Апофема правильной пирамиды. Формулы вычисления площадей боковой и полной поверхностей правильной пирамиды.

Свойства параллельных сечений пирамиды. Усеченная пирамида, формулы вычисления ее боковой и полной поверхностей. Формулы вычисления площадей боковой и полной поверхностей правильной усеченной пирамиды.

Объем пирамиды и формулы его вычисления.

Тетраэдр. Об объеме тетраэдра. Возможность выбора основания у тетраэдра. Свойство отрезков, соединяющих вершины тетраэдра с центроидами противоположных граней. Правильный тетраэдр. Ортоцентрический тетраэдр. Равногранный тетраэдр (тетраэдр, все грани которого равны). Тетраэдр, все боковые грани которого образуют равные двугранные углы с плоскостью его основания.

### **Правильные многогранники**

Виды, элементы и свойства правильных многогранников. Вычисление площадей поверхности и объемов правильных многогранников.

### **Цилиндр и конус**

Поверхность и тело вращения. Цилиндр. Основания, образующие, ось, высота цилиндра. Цилиндрическая поверхность вращения. Сечения цилиндра плоскостью. Изображение цилиндра. Касательная плоскость к цилиндру. Развертка цилиндра. Вычисление площадей боковой и полной поверхностей цилиндра. Призма, вписанная в цилиндр и описанная около цилиндра. Вычисление объема цилиндра.

Конус вращения. Вершина, основание, образующие, ось, высота, боковая и полная поверхности конуса. Сечения конуса плоскостью. Равносторонний конус. Касательная плоскость к конусу. Изображение конуса. Развертка. Вычисление площадей боковой и полной поверхностей конуса. Свойства параллельных сечений конуса. Вписанные в конус и описанные около конуса пирамиды. Цилиндр, вписанный в конус.

Усеченный конус: основания, образующие, высота, боковая и полная поверхности. Вычисление площадей боковой и полной поверхностей усеченного конуса. Вычисление объемов конуса и усеченного конуса.

### **Сфера и шар**

Шар и сфера. Хорда, диаметр, радиус сферы и шара. Изображение сферы. Уравнение сферы. Взаимное расположение плоскости и сферы. Пересечения шара и сферы с плоскостью. Плоскость, касательная к сфере и шару. Теоремы о касательной плоскости.

Шары и сферы, вписанные в двугранный угол, многогранный угол. Шары и сферы, вписанные в цилиндр, конус, многогранник и описанные около них. Шары и сферы, вписанные в правильные многогранники и описанные около них.

Шаровой сегмент, его основание и высота; сегментная поверхность. Шаровой слой, его основания и высота; шаровой пояс. Шаровой сектор и его поверхность.

Формулы для вычисления площадей сферы, сегментной поверхности, шарового пояса, поверхности шарового сектора.

Формулы для вычисления объемов шара, шарового сегмента, шарового сектора, шарового слоя.

### **Повторение теории**

**Резерв времени на изучение избранных тем «Дополнения»**

**Тематическое планирование (по учебному комплексу Л.С.Атанасян и др.)**

<i>№</i>	<i>Содержание</i>	<i>Кол-во часов</i>
<b>10 класс</b>		
1	Введение	5
2	Параллельность прямых и плоскостей	19
3	Перпендикулярность прямых и плоскостей	20
4	Многогранники.	18
	Повторение.	6
<b>11 класс</b>		
1	Векторы в пространстве	6
2	Метод координат в пространстве. Движения.	27
3	Цилиндр. Конус. Шар.	25
4	Повторение.	10

Тематическое планирование ( по учебному комплексу Е.В. Потаскуев и др.)

№ п.п	Тема	Количество часов в 10м классе	Количество часов в 11м классе
1.	Введение в стереометрию	4	
2.	Прямые в пространстве	5	
3.	Прямая и плоскость в пространстве	14	
4.	Плоскости в пространстве	14	
5.	Расстояния в пространстве	7	
6.	Векторный метод в пространстве	7	
7.	Координатный метод в пространстве	7	
8.	Преобразования пространства		4
9.	Многогранники		5
10.	Призма и параллелепипед		6
11.	Трехгранные и многогранные углы		2
12.	Пирамида		8
13.	Правильные многогранники		2
14.	Цилиндр и конус		8
15.	Сфера и шар		11
16.	Повторение теории	4	4
17.	Резерв времени на изучение избранных тем «Дополнения»	6	18